

Circuit RLC en série

Cadre de référence de la leçon

- PH3.3.1** Définir et reconnaître les régimes périodique, pseudo-périodique et apériodique.
- PH3.3.2** Reconnaître et représenter les courbes de variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps pour les trois régimes et les exploiter.
- PH3.3.3** Établir l'équation différentielle pour la tension aux bornes du condensateur ou pour sa charge $q(t)$ dans le cas d'un amortissement négligeable et vérifier sa solution.
- PH3.3.4** Connaître et exploiter l'expression de la charge $q(t)$ et en déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ dans le circuit, et l'exploiter.
- PH3.3.5** Connaître et exploiter l'expression de la période propre.
- PH3.3.6** Expliquer, du point de vue énergétique, les trois régimes.
- PH3.3.7** Connaître et exploiter les diagrammes d'énergie.
- PH3.3.8** Connaître et exploiter l'expression de l'énergie totale du circuit.
- PH3.3.9** Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur ou par sa charge dans le cas d'un amortissement.
- PH3.3.10** Connaître le rôle du dispositif d'entretien des oscillations, qui consiste à compenser l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit.
- PH3.3.11** Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur ou par sa charge $q(t)$ dans le cas d'un circuit RLC entretenu par un générateur délivrant une tension proportionnelle à l'intensité : $u_G(t) = k i(t)$.
- PH3.3.12** Exploiter des documents expérimentaux pour : reconnaître les tensions observées ; reconnaître les régimes d'amortissement ; mettre en évidence l'influence de R , L et C sur le phénomène d'oscillations ; déterminer la valeur de la pseudo-période et de la période propre.
- PH3.3.13** Proposer le schéma d'un montage expérimental permettant l'étude des oscillations libres dans un circuit RLC série.
- PH3.3.14** Connaître comment brancher un oscilloscope et un système d'acquisition informatisé pour visualiser les différentes tensions.

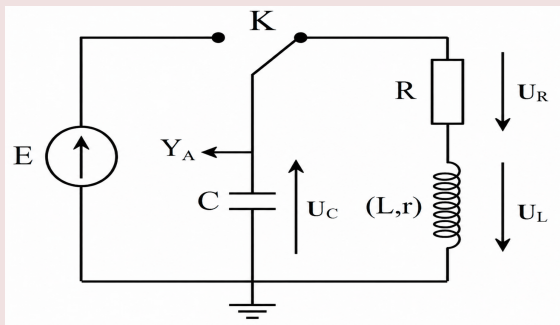
Travaux pratiques

- TP-PH3.3** Oscillations libres dans un circuit RLC série.

Compétence ciblée

- CC3** L'électricité. Modéliser le comportement du condensateur et de la bobine dans un circuit électrique et analyser leurs réponses à un échelon de tension ; étudier les oscillations libres dans un circuit RLC série. Interpréter les constituants et le rôle des éléments d'une chaîne d'émission, et être conscient de son intérêt dans la communication.

1) Montage expérimental



Montage de la décharge d'un condensateur dans une bobine

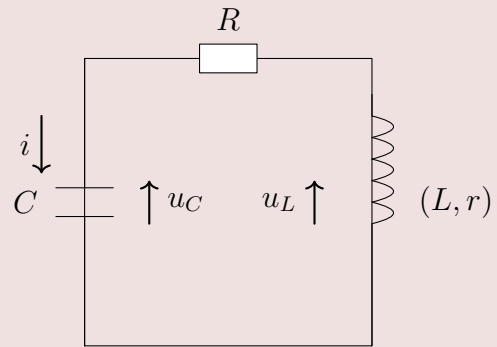
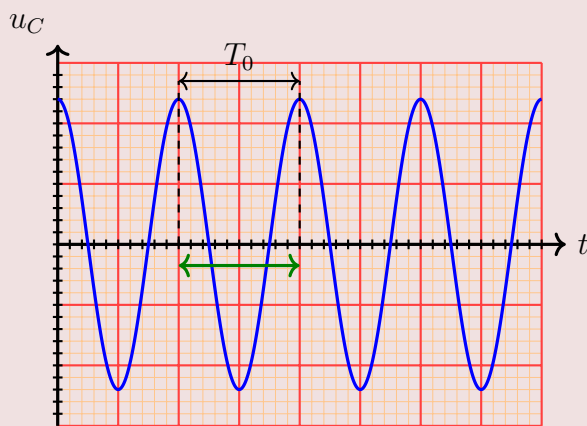
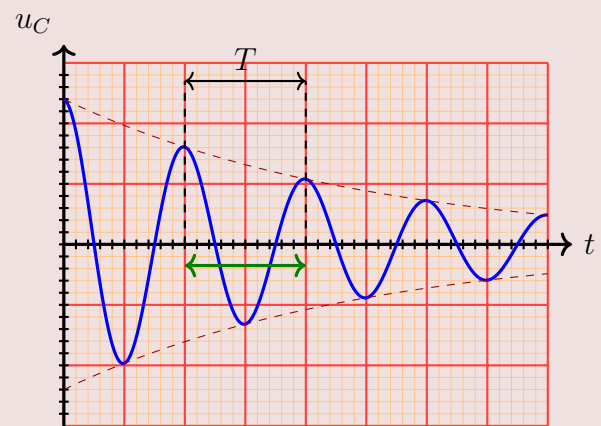


Schéma du circuit RLC série

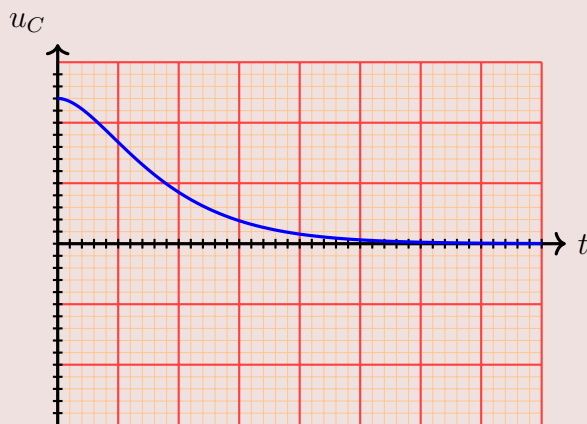
2) Les régimes observés selon l'amortissement



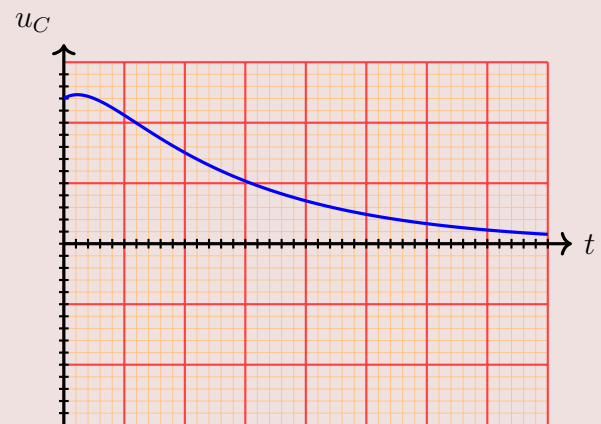
Régime périodique ($R + r = 0$)



Régime pseudo-périodique ($R + r$ faible)



Régime critique



Régime apériodique ($R + r$ grand)

3) Équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$

Circuit RLC : association en série d'un condensateur chargé de capacité C , d'une bobine d'inductance L et d'un conducteur ohmique de résistance R .

En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$U_C + U_R + U_L = 0$$

soit

$$U_C + Ri + ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

avec

$$i = C \frac{dU_C}{dt}$$

on obtient

$$U_C + (R + r)C \frac{dU_C}{dt} + LC \frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$$

d'où l'équation différentielle

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{R + r}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

2

Circuit LC

Cadre de référence : PH3.3.3, PH3.3.4, PH3.3.5

1) Équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$

Circuit LC : association en série d'un condensateur chargé de capacité C et d'une bobine idéale ($L, r = 0$).

En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$U_C + U_L = 0 \quad \text{avec} \quad i = C \frac{dU_C}{dt}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

La solution est de la forme :

$$U_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

1) Équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$

Circuit LC : association en série d'un condensateur chargé de capacité C et d'une bobine idéale ($L, r = 0$).

En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$U_C + U_L = 0 \quad ; \quad i = C \frac{dU_C}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

La solution est :

$$U_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad ; \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

3

Régimes d'oscillations

Cadre de référence : PH3.3.6, PH3.3.7, PH3.3.8, PH3.3.12 — TP-PH3.3

1) Les trois régimes d'oscillations

— Régime périodique : ($R + r = 0$), de période propre

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

— Régime pseudopériodique : ($R + r$) faible, de pseudo-période

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

— Régime apériodique : $(R + r)$ grande, sans oscillations.

2) L'énergie dans un circuit RLC

L'énergie totale d'un circuit RLC série est donnée par

$$E_T = E_m + E_e = \frac{1}{2} C U_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

Dans le régime périodique ($R + r = 0$), il y a conservation de l'énergie totale :

$$\frac{dE_T}{dt} = 0$$

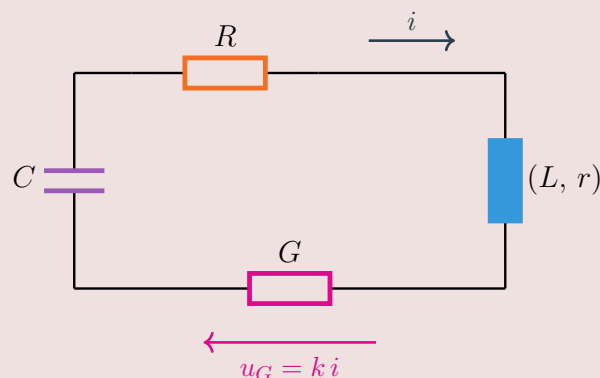
Dans le régime pseudopériodique et apériodique ($R + r \neq 0$), il y a dissipation d'énergie par effet Joule :

$$\frac{dE_T}{dt} = -(R + r) i^2$$

3) Entretien des oscillations

Dans un circuit RLC, l'amortissement des oscillations est dû à une perte d'énergie par effet Joule. Les oscillations peuvent être entretenues par un générateur G qui compense les pertes d'énergie. Si le générateur délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant qu'il débite,

$$U_G = k i$$



Le générateur d'entretien G est placé en série dans le circuit

alors l'équation différentielle devient

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R + r - k}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

Si l'on règle

$$k = R + r$$

on obtient

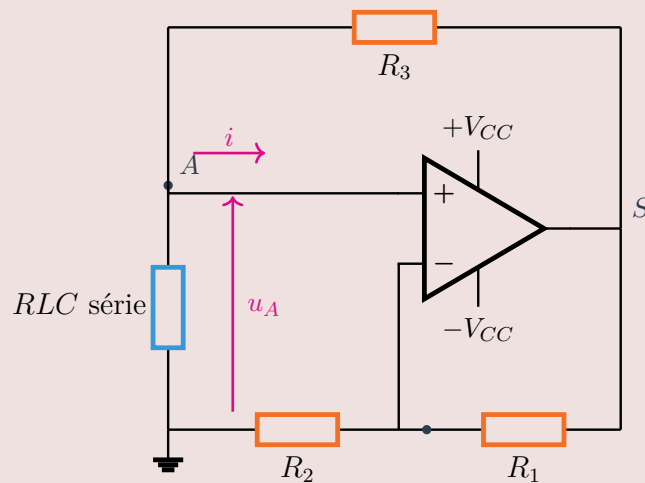
$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

C'est l'équation d'un circuit LC non amorti de période

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Comment réalise-t-on G ? D'où vient l'énergie ?

Aucun dipôle passif ne peut vérifier $u_G = k i$ en *fournissant* de l'énergie. On utilise un amplificateur opérationnel monté en **résistance négative** :



Réalisation pratique de G : montage à résistance négative

L'AO fonctionnant en régime linéaire, $V_+ = V_-$. Le pont diviseur donne $V_M = V_S \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, d'où $V_S = u_A \frac{R_1 + R_2}{R_2}$. Le courant qui sort du dipôle RLC traverse R_3 :

$$i = \frac{u_A - V_S}{R_3} = -\frac{R_1}{R_2 R_3} u_A \quad \Rightarrow \quad u_A = -\frac{R_2 R_3}{R_1} i$$

Le montage se comporte donc comme une **résistance négative** $-\frac{R_2 R_3}{R_1}$. Les oscillations sont entretenues lorsqu'elle compense exactement la résistance totale du circuit :

$$k = \frac{R_2 R_3}{R_1} = R + r$$

En pratique on prend $R_1 = R_2$ et l'on règle R_3 (potentiomètre) sur $R + r$.

L'origine de l'énergie. L'AO n'est pas un composant passif : il est alimenté par les tensions continues $+V_{CC}$ et $-V_{CC}$. L'énergie restituée au circuit à chaque instant est *prélevée sur cette alimentation*. La « résistance négative » n'est pas un composant, c'est le comportement d'un montage alimenté : rien n'est créé, l'énergie dissipée par effet Joule dans $R + r$ est simplement remplacée par celle que fournit l'alimentation continue.