

Cadre de référence de la leçon

- PH3.1.1** Représenter les tensions u_R et u_C en convention récepteur et préciser les signes des charges des deux armatures d'un condensateur.
- PH3.1.2** Connaître et exploiter la relation $i = \frac{dq}{dt}$.
- PH3.1.3** Connaître et exploiter la relation $q = C u_C$.
- PH3.1.4** Connaître la capacité d'un condensateur, son unité F et ses sous-multiples μF , nF et pF.
- PH3.1.5** Déterminer la capacité d'un condensateur graphiquement et par calcul.
- PH3.1.6** Connaître la capacité du condensateur équivalent des montages en série et en parallèle, et l'intérêt de chaque montage.
- PH3.1.7** Établir l'équation différentielle et vérifier sa solution lorsque le dipôle RC est soumis à un échelon de tension.
- PH3.1.8** Déterminer l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lorsque le dipôle RC est soumis à un échelon de tension, et en déduire l'expression de l'intensité du courant et celle de la charge du condensateur.
- PH3.1.9** Reconnaître et représenter les courbes de variation en fonction du temps de la tension $u_C(t)$ et des différentes grandeurs qui lui sont liées, et les exploiter.
- PH3.1.10** Connaître que la tension aux bornes d'un condensateur est une fonction du temps continue, et que l'intensité est une fonction discontinue à $t = 0$.
- PH3.1.11** Connaître et exploiter l'expression de la constante de temps.
- PH3.1.12** Utiliser les équations aux dimensions.
- PH3.1.13** Exploiter des documents expérimentaux pour : reconnaître les tensions observées ; mettre en évidence l'influence de R et de C sur la charge et la décharge ; déterminer la constante de temps et la durée de charge ; déterminer le type de régime (transitoire ou permanent) et l'intervalle temporel de chacun.
- PH3.1.14** Proposer le schéma d'un montage expérimental permettant l'étude de la réponse d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension.
- PH3.1.15** Connaître comment brancher un oscilloscope et un système d'acquisition informatisé pour visualiser les différentes tensions.
- PH3.1.16** Déterminer l'influence de R , de C et de l'amplitude de l'échelon de tension sur la réponse d'un dipôle RC.
- PH3.1.17** Établir l'expression de l'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur.
- PH3.1.18** Connaître et exploiter l'expression de l'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur.

Travaux pratiques

- TP-PH3.1** Étude RC : charge d'un condensateur par un générateur idéal de courant ; réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension.

Compétence ciblée

CC3

L'électricité. Modéliser le comportement du condensateur et de la bobine dans un circuit électrique et analyser leurs réponses à un échelon de tension ; étudier les oscillations libres dans un circuit RLC série. Interpréter les constituants et le rôle des éléments d'une chaîne d'émission, et être conscient de son intérêt dans la communication.

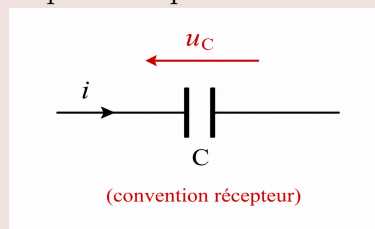
1

Le condensateur

Cadre de référence : PH3.1.1 à PH3.1.6

1) Définition

Le condensateur est un dipôle constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant. Chaque condensateur est caractérisé par sa capacité C en Farad (F).



2) Relation charge-tension

La charge q d'un condensateur est liée à la tension U_C par la relation :

$$q = C U_C$$

Avec U_C la tension aux bornes du condensateur en (V) et q la charge du condensateur en (C).

3) Charge électrique et intensité du courant

L'intensité du courant $i(t)$ traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps t :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

Remarque : dans le cas d'un courant constant, la relation devient $I_0 = \frac{C U_C}{\Delta t}$

4) Association des condensateurs

$$\text{Série : } \frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \quad \text{Dérivation : } C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^N C_i$$

5) Énergie électrique stockée dans un condensateur

L'énergie E_e stockée dans un condensateur est donnée par :

$$E_e = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

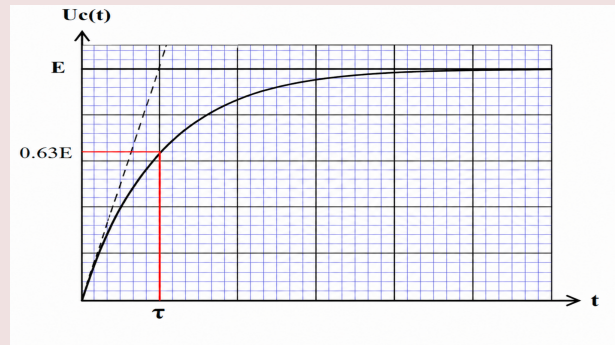
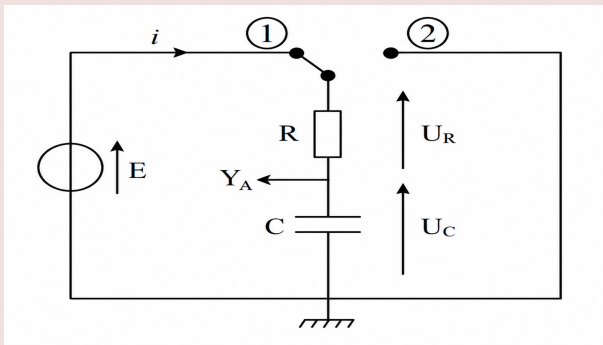
2

Charge et décharge d'un condensateur

Cadre de référence : PH3.1.7 à PH3.1.18 — TP-PH3.1

1) Charge du condensateur

a) Étude expérimentale



b) Étude théorique

En appliquant la loi d'additivité des tensions puis la loi d'Ohm :

$$U_C + U_R = E \iff U_C + Ri = E$$

Or on sait que $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C U_C$, d'où $i = C \frac{dU_C}{dt}$.

On obtient alors l'équation différentielle :

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = E$$

La solution générale s'écrit :

$$U_C(t) = A e^{\alpha t} + B$$

En identifiant, on montre que : $B = E$, $A = -E$, $\alpha = -\frac{1}{RC}$.

La solution définitive est donc :

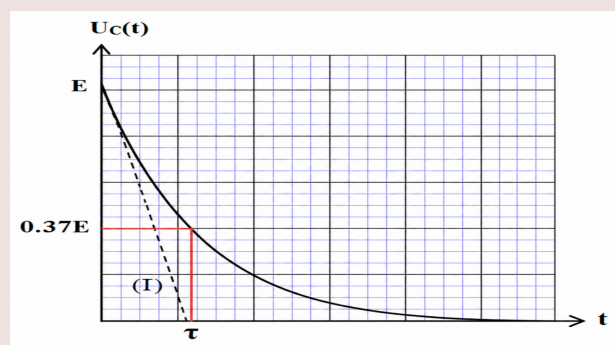
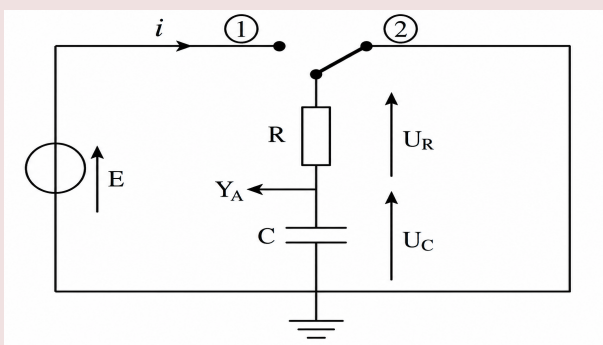
$$U_C(t) = E (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec } \tau = RC$$

$$q(t) = C U_C(t) = C E (1 - e^{-t/\tau})$$

$$i(t) = C \frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

2) Décharge du condensateur

a) Étude expérimentale



b) Étude théorique

En appliquant la loi d'additivité des tensions puis la loi d'Ohm :

$$U_C + U_R = 0 \iff U_C + Ri = 0$$

Or on sait que $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C U_C$, d'où $i = C \frac{dU_C}{dt}$.
On obtient alors l'équation différentielle :

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = 0$$

La solution générale s'écrit :

$$U_C(t) = A e^{\alpha t} + B$$

En identifiant, on montre que : $B = 0$, $A = E$, $\alpha = -\frac{1}{RC}$.

La solution définitive est donc :

$$U_C(t) = E e^{-t/\tau} \quad \text{avec } \tau = RC$$

$$q(t) = C E e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = C \frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

3) La constante du temps

La constante du temps du dipôle RC est : $\tau = RC$

À $t = \tau$: $U_C = 0.63 E$ (charge) $U_C = 0.37 E$ (décharge)

La durée de la charge et de la décharge est approximativement : $\Delta t \approx 5\tau$

La constante de temps augmente lorsque la capacité C et/ou la résistance R augmente.

4) Analyse dimensionnelle

a) Grandeurs fondamentales et dérivées

Grandeur	Dimension	Unité SI
Longueur	L	m
Masse	M	kg
Temps	T	s
Intensité électrique	I	A
Température	Θ	K
Quantité de matière	N	mol
Intensité lumineuse	J	cd

Grandeur	Dimension	Unité SI
Surface	L^2	m ²
Volume	L^3	m ³
Vitesse	$L T^{-1}$	m.s ⁻¹
Accélération	$L T^{-2}$	m.s ⁻²
Force	$M L T^{-2}$	N
Énergie	$M L^2 T^{-2}$	J
Charge électrique	$I T$	C

b) Application : constante du temps $\tau = RC$

On a :

$$\tau = RC \quad U = R I \quad i(t) = C \frac{dU_C}{dt}$$

Donc :

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} \quad [C] = \frac{[I] [t]}{[U]}$$

Ainsi :

$$[\tau] = [R] [C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I] [t]}{[U]} = [t]$$

Donc :

$$[\tau] = T$$