

Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Cadre de référence de la leçon

- PH4.3.1** Repérer un point du solide en rotation autour d'un axe fixe par son abscisse angulaire.
- PH4.3.2** Connaître l'expression de l'accélération angulaire et son unité.
- PH4.3.3** Connaître et exploiter les expressions des deux composantes a_N et a_T en fonction des grandeurs angulaires.
- PH4.3.4** Connaître et appliquer la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe pour établir l'équation différentielle du mouvement et la résoudre.
- PH4.3.5** Connaître l'unité du moment d'inertie.
- PH4.3.6** Connaître et exploiter les caractéristiques du mouvement de rotation uniformément varié et ses équations horaires.
- PH4.3.7** Appliquer la deuxième loi de Newton et la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation à un système mécanique composé de deux solides, l'un en translation rectiligne et l'autre en rotation autour d'un axe fixe, pour établir les équations différentielles du mouvement et déterminer des grandeurs cinématiques et dynamiques.

Travaux pratiques

- TP-PH4.4** Relation quantitative entre la somme des moments et l'accélération angulaire.

Compétence ciblée

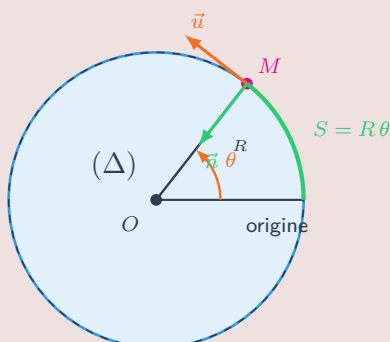
- CC4** La mécanique. Analyser, suivre et prévoir l'évolution d'un système mécanique en adoptant un modèle simple. Résoudre une situation-problème liée à un système mécanique en mouvement par une étude dynamique ou énergétique.

1

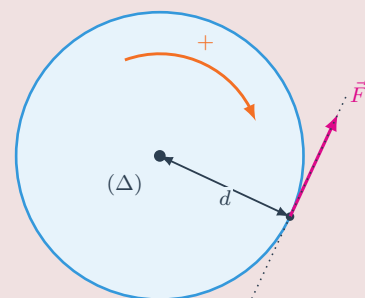
Grandeurs cinématiques du mouvement de rotation

Cadre de référence : PH4.3.1 à PH4.3.3

Un corps solide est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) si tous les points du solide décrivent des trajectoires circulaires centrées sur cet axe.



Repérage d'un point M du solide en rotation



$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F d$; le signe est + si $\vec{F}$ tend à faire tourner le solide dans le sens positif

Moment d'une force et sens positif de rotation

1) Abscisse curviligne et abscisse angulaire

L'abscisse angulaire du point M à l'instant t est notée $\theta(t)$.

L'abscisse curviligne est notée $S(t)$.

La relation entre elles est :

$$S = R\theta$$

où R est le rayon de la trajectoire circulaire.

2) La vitesse angulaire

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$V = \frac{dS}{dt}$$

Relation entre vitesse linéaire et vitesse angulaire :

$$V = R\dot{\theta}$$

3) L'accélération angulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Dans la base de Frénet :

$$\vec{a}_G = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$$

avec

$$a_T = \frac{dV}{dt} = R\ddot{\theta}, \quad a_N = \frac{V^2}{R} = R\dot{\theta}^2$$

2

Relation fondamentale de la dynamique

Cadre de référence : PH4.3.4 à PH4.3.7

Le moment d'une force par rapport à un axe Δ est :

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = \pm F d$$

Le signe dépend du sens positif de rotation.

Dans un référentiel galiléen, la somme des moments des forces appliquées à un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ) est égale au moment d'inertie J_{Δ} multiplié par l'accélération angulaire :

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

Cas particuliers :

— si $\ddot{\theta} = 0$, le mouvement est une rotation uniforme et

$$\theta(t) = \dot{\theta} t + \theta_0$$

— si $\ddot{\theta} = \text{cte}$, le mouvement est une rotation uniformément variée et

$$\theta(t) = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + \dot{\theta} t + \theta_0$$

Les trois diagrammes horaires de la rotation uniformément variée se lisent comme ceux du mouvement rectiligne uniformément varié : l'accélération angulaire est constante, la vitesse angulaire varie linéairement, l'abscisse angulaire décrit une parabole.

