

Cadre de référence de la leçon

- PH4.2.9** Choisir le référentiel galiléen adapté à l'étude d'un mouvement (héliocentrique, géocentrique ou terrestre).
- PH4.2.15** Connaître les référentiels héliocentrique et géocentrique et les utiliser à bon escient.
- PH4.2.16** Connaître et exploiter les trois lois de Kepler.
- PH4.2.17** Connaître et exploiter la loi de la gravitation universelle.
- PH4.2.18** Établir la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme.
- PH4.2.19** Appliquer la deuxième loi de Newton au mouvement d'une planète ou d'un satellite pour déterminer la nature du mouvement et les grandeurs cinématiques associées.
- PH4.2.20** Connaître les conditions de satellisation et les caractéristiques d'un satellite géostationnaire.

Compétence ciblée

- CC4** La mécanique. Analyser, suivre et prévoir l'évolution d'un système mécanique en adoptant un modèle simple. Résoudre une situation-problème liée à un système mécanique en mouvement par une étude dynamique ou énergétique.

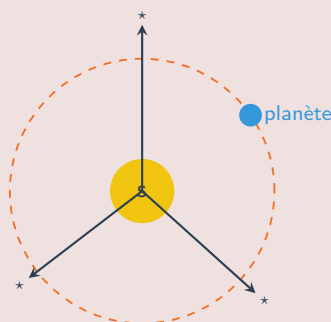
1

Choix du référentiel

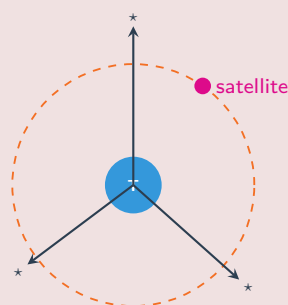
Cadre de référence : PH4.2.9, PH4.2.15

Le référentiel doit être choisi de façon à ce que le mouvement étudié y soit **simple** et que ce référentiel soit **galiléen** pendant la durée de l'étude.

- **Référentiel héliocentrique** : son origine est le **centre du Soleil** et ses trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines fixes.
→ Il convient à l'étude du mouvement des **planètes** autour du Soleil.
- **Référentiel géocentrique** : son origine est le **centre de la Terre** et ses trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines fixes.
→ Il convient à l'étude du mouvement des **satellites** autour de la Terre et de la Lune.
- **Référentiel terrestre** : lié à la surface de la Terre ; il convient aux mouvements de courte durée au voisinage du sol.



Référentiel héliocentrique



Référentiel géocentrique

2

Les lois de Kepler

Cadre de référence : PH4.2.16

Première loi de Kepler – loi des orbites

Dans un référentiel héliocentrique, chaque planète décrit une **ellipse** dont le centre du Soleil occupe **l'un des foyers**.

Deuxième loi de Kepler – loi des aires

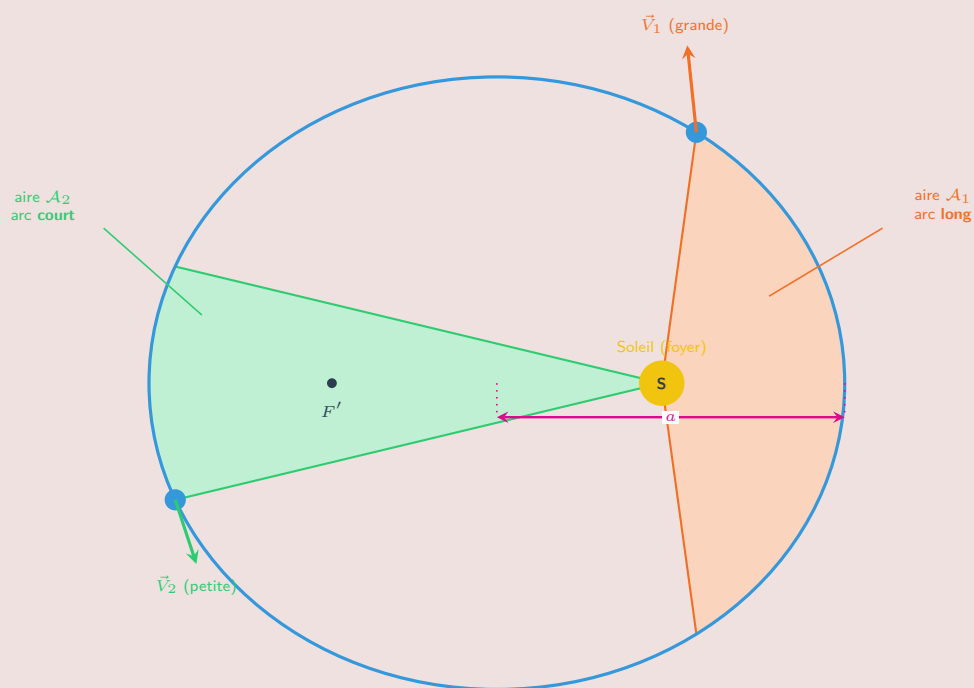
Le segment de droite reliant le centre du Soleil (S) et le centre de la planète (P) balaie des **aires égales pendant des durées égales**.

Conséquence : la planète est **plus rapide** au voisinage du Soleil (périhélie) et **plus lente** lorsqu'elle en est éloignée (aphélie).

Troisième loi de Kepler – loi des périodes

Le rapport du carré de la période de révolution T sur le cube du demi-grand axe a est une **constante**, la même pour toutes les planètes du système :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{cte}$$



$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$ pour des durées égales Δt : la planète est **plus rapide** près du Soleil

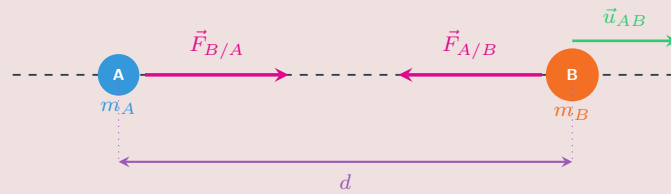
3

Loi de la gravitation universelle

Cadre de référence : PH4.2.17

Deux corps ponctuels A et B , de masses m_A et m_B , séparés par la distance d , exercent l'un sur l'autre des forces d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ ayant :

- la **même droite d'action** (AB) ;
- des **sens opposés** ;
- la **même intensité**.



Forme vectorielle :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \frac{m_A m_B}{d^2} \vec{u}_{AB} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$

Intensité :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \frac{m_A m_B}{d^2}$$

G : constante de gravitation universelle, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ S.I.

Le signe $(-)$ traduit le caractère **attractif** de la force.

4 Mouvement d'une planète autour du Soleil

Cadre de référence : PH4.2.19, PH4.2.20

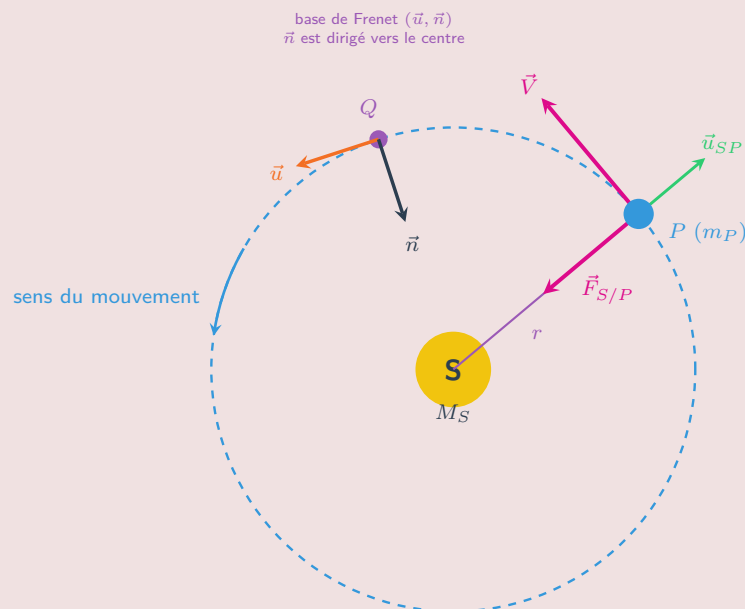
Une planète (P) de masse m_P décrit un mouvement **circulaire** de rayon r autour du Soleil de masse M_S . On se place dans le **référentiel héliocentrique**, supposé galiléen.

Système étudié : la planète (P).

Bilan des forces : la seule force exercée est la force gravitationnelle du Soleil

$$\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m_P M_S}{r^2} \vec{u}_{SP}$$

Cette force est dirigée de la planète vers le Soleil : elle est **centripète**.



Remarque : $\vec{u}_{SP} = -\vec{n}$

Application de la deuxième loi de Newton :

$$m_P \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{S/P} = -G \frac{m_P M_S}{r^2} \vec{u}_{SP} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -G \frac{M_S}{r^2} \vec{u}_{SP} = G \frac{M_S}{r^2} \vec{n}$$

Dans la base de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} \vec{u} + \frac{V^2}{r} \vec{n} = G \frac{M_S}{r^2} \vec{n}$$

Par identification des deux composantes :

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{V^2}{r} = G \frac{M_S}{r^2}$$

$\frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{cte}$: le mouvement de la planète est **circulaire uniforme**.

$$V = \sqrt{\frac{G M_S}{r}}$$

Période de révolution T

C'est la durée d'un tour complet du centre de la planète autour du Soleil.

$$T = \frac{2\pi r}{V} \quad \text{et} \quad V = \sqrt{\frac{G M_S}{r}} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G M_S}}$$

5

Établissement de la troisième loi de Kepler

Cadre de référence : PH4.2.18

Dans le cas d'une **trajectoire circulaire**, le demi-grand axe se confond avec le rayon : $a = r$. En élevant l'expression de T au carré :

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G M_S} \quad \Rightarrow \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_S} = \text{cte}$$

La constante ne dépend que de la masse de l'astre attracteur M_S : elle est donc **la même pour toutes les planètes** du système solaire. C'est la **Troisième loi de Kepler**.

6

Mouvement d'un satellite autour de la Terre

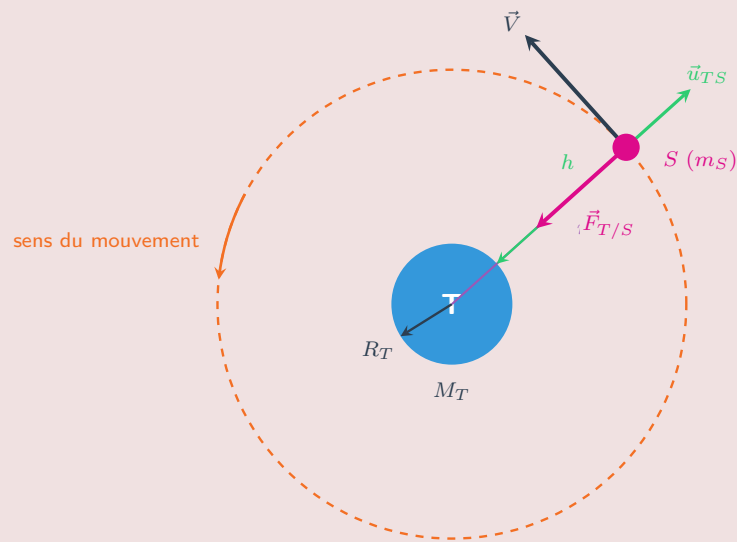
Cadre de référence : PH4.2.19, PH4.2.20

Un satellite (S) de masse m_S décrit un mouvement circulaire autour de la Terre de masse M_T et de rayon R_T , à l'altitude h . On se place dans le **référentiel géocentrique**, supposé galiléen.

Système étudié : le satellite (S).

Bilan des forces : la force gravitationnelle exercée par la Terre

$$\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m_S M_T}{r^2} \vec{u}_{TS} \quad \text{avec} \quad r = R_T + h$$



Deuxième loi de Newton :

$$m_S \vec{a} = \vec{F}_{T/S} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = G \frac{M_T}{r^2} \vec{n}$$

Dans la base de Frenet :

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{V^2}{r} = G \frac{M_T}{r^2}$$

Le mouvement du satellite est donc **circulaire uniforme**, et :

$$V = \sqrt{\frac{G M_T}{r}} = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G M_T}}$$

7

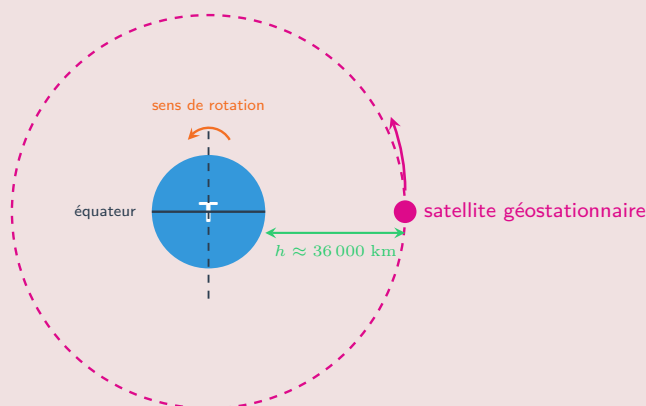
Satellisation et satellites géostationnaires

Cadre de référence : PH4.2.20

La satellisation consiste à placer un satellite sur son orbite autour de la Terre et à lui communiquer une vitesse suffisante pour qu'il décrive un mouvement circulaire uniforme.

Un satellite est géostationnaire s'il paraît immobile pour un observateur terrestre. Il faut pour cela que :

- il décrive un mouvement circulaire uniforme dans un plan **contenant l'équateur** ;
- il tourne dans le **même sens** que la Terre ;
- sa période de révolution soit **égale à la période de rotation propre de la Terre** :
 $T = T_{\text{Terre}} \approx 24 \text{ h}$.



Altitude d'un satellite géostationnaire

À partir de l'expression de la période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G M_T}} \quad \Longleftrightarrow \quad h = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

Avec $T = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$, on trouve $h \approx 36\,000 \text{ km}$.